

## Роль частного коэффициента корреляции в статистических выводах

Макимова О.В.<sup>1,2)</sup>

<sup>1)</sup>ФГБУ «Институт глобального климата и экологии имени академика Ю.А. Израэля»,  
Россия, 107258, Москва, ул. Глебовская, 20Б

<sup>2)</sup>Университет МИСИС,  
Россия, 119049, Москва, Ленинский пр-кт, 4

\*Адрес для переписки: [o-maximova@yandex.ru](mailto:o-maximova@yandex.ru)

**Реферат.** В работе разобраны ситуации, когда расчет частных коэффициентов корреляции становится оправданным и может привести к выводам, не совпадающим с первоначальными на этапе расчета обычных коэффициентов корреляции Пирсона. Частные корреляции позволяют выделить значимые факторы в условиях их коллинеарности, а также сделать отбор предикторов для построения наилучшей регрессионной модели. Особое внимание уделено графической интерпретации и вопросам проверки значимости частного коэффициента корреляции в условиях негауссовых выборок. Продемонстрированы примеры как модельных, так и натуральных данных, когда применение частных корреляций позволило принять обоснованные решения о причинно-следственных связях.

**Ключевые слова.** Частный коэффициент корреляции, коэффициент корреляции Пирсона, ложные корреляции, коллинеарные признаки, факторный анализ, ридж-регрессия.

## The role of the partial correlation coefficient in statistical inference

*O.V. Maksimova*<sup>1), 2)</sup>

<sup>1)</sup>Yu.A. Izrael Institute of Global Climate and Ecology,  
20B, Glebovskaya str., 107058, Moscow, Russian Federation

<sup>2)</sup> University of Science and Technology (MISIS),  
4, Leninsky pr., Moscow, 119049, Russian Federation

\*Correspondence address: [o-maximova@yandex.ru](mailto:o-maximova@yandex.ru)

**Abstract.** The paper analyzes situations when the calculation of partial correlation coefficients becomes justified and can lead to conclusions that do not coincide with the initial ones at the stage of calculating the usual Pearson correlation coefficients. Partial correlations allow identifying significant factors in conditions of their collinearity, as well as selecting predictors to build the best regression model. Particular attention is paid to graphical interpretation and issues

of checking the significance of the partial correlation coefficient in conditions of non-Gaussian samples. Examples of both model and field data are shown where the use of partial correlations allowed making informed decisions about cause-and-effect relationships.

**Keywords.** Partial correlation coefficient, Pearson correlation coefficient, spurious correlations, collinear factors, factor analysis, ridge-regression.

*Хотя мы часто слышим, что данные говорят сами за себя,  
их голос может быть тихим и вкрадчивым.*

*Mosteller F., Fienberg S.E., Rourke R.E.  
«Beginning Statistics with Data Analysis»*

## Введение

Термин «корреляция» был введен в статистическую науку выдающимся английским ученым Ф. Гальтоном<sup>1)</sup> в 1886 г. Однако точную расчетную формулу разработал его ученик Карл Пирсон, чьим именем и назван один из самых известных коэффициентов корреляции. Первые упоминания о существовании случаев, в которых интерпретация коэффициента корреляции оказывалась некорректной, появились в статье британского статистика Джорджа Юла в 1895 г., работу над которой он начал совместно с Карлом Пирсоном (Yule, 1895). Юл интересовался применением статистических методов к социальным проблемам, и эта первая статья была посвящена выявлению корреляции бедности (пауперизма) с долей жителей, получающих пособие. Он обратил внимание, что имеется очень высокая положительная связь между долей пособий по безработице и пауперизмом в сельской местности. Казалось бы, полученную связь можно обобщить для любой территории проживания. Но при исследовании городского населения такая связь не нашла подтверждения. Оказалось, что сила и направленность полученных связей зависела от места проживания; корреляция не могла быть обобщена и рассчитана для объединенной выборки, так как место жительства как третий фактор оказывало влияние по-разному на оба параметра (пауперизм и доля получающих пособие). Исходя из множества собственных наблюдений, Юл заключил, что требуется уделять особое внимание тщательному сбору данных и их группировке, особо подчеркивая необходимость удаления выбросов. Как известно, одно ошибочное наблюдение может разрушить все статистическое исследование, сколько бы ни было в наличии наблюдений, например: «... достаточно, чтобы только один из 701 индивида не подчинился господствующему закону пропорциональности  $Y = 0.1X$ , чтобы коэффициент корреляции

---

<sup>1)</sup> <https://galton.org/statistician.html> (дата обращения 02.06.2025)

---

понижился до значения 0.198» (Бернштейн, 1932). Однако, отметим, что не всегда выбросы представляют собой ошибочные наблюдения, а, напротив, они могут скрывать много полезной информации о рассматриваемой совокупности, и поэтому требуют также тщательного изучения (Максимова, 2024).

Юл считал, что большая корреляция может быть иллюзорна и вызвана действием некоторого стороннего фактора (переменной): если первая переменная коррелирует с двумя другими, то сами эти две переменные также будут связаны, причем эта связь наблюдается под действием первой (Yule, 1895). Для выявления «чистой» взаимосвязи, как назвал ее в своих работах Юл, требуется устранить влияние общего фактора. Для этого, позднее, в 1897 г., он в своей работе предложил формулу расчета показателя «чистой» связи между двумя переменными при устранении влияния остальных (формула была представлена для трех и четырех изначально рассматриваемых переменных). Название «частная корреляция» впервые использовано Юлом в работе 1907 г., где он распространил введенные формулы на любое число переменных (Yule, 1907). Одно из первых строгих доказательств предложенной Юлом расчетной формулы для общего случая представлено в том же году С. Спирменом в американском журнале по психологии (Spearman, 1907).

Юл отмечал, что в результате применения частной корреляции может даже случиться, что обычная первоначальная положительная связь превратится в явно отрицательную, или наоборот. Из этого он сделал вывод, что данные надо тщательно проверять на наличие действий неких других факторов во избежание неверных интерпретаций. Многие сделанные Юлом работы указывают на то, что отсутствие учета других факторов (но тех, которые действительно могут иметь причинные взаимосвязи) может исказить корреляцию между интересующими нас переменными, и может не позволить сделать корректное обоснование причинно-следственных связей, если они существуют. Позднее, в 1920-1930 гг. Юл в своих статьях ввел понятие коррелограммы, а также исследовал корреляцию во временных рядах и написал фундаментальные работы по авторегрессии.

Становится понятным, что частные коэффициенты корреляции необходимы для выявления «чистых» связей между переменными и применяются не только в промежуточном, но и самостоятельном этапах статистического исследования. Еще в начале XX в. Уильям Госсет применял частные коэффициенты корреляции в сельскохозяйственных экспериментах с целью устранения влияния временной компоненты для выявления «чистой» связи между наблюдениями за растениями во времени (Pearson et al., 1990). Применение частной корреляции актуально в задачах выявления «чистых» связей и в наши дни: например, в экологических исследованиях при оценке влияния загрязнения и климатических факторов на параметры состояния крон деревьев (Шерстнева и др., 2024), для улучшения эффективности повышения тренировочного процесса и разработки плана спортивных тренировок (Алаев, Осетров, 2010), для решения отдельных задач селекции животных (Горлов и др., 2009), в здравоохранении при оценке воздействия возбудителей инфекции на здоровье (Сметанина и др., 2012), в экономических исследованиях (Сидор-

---

чукова и др., 2022) и во многих др. Сохранившаяся актуальность этого инструмента обусловлена тем, что клубок взаимосвязей изучаемых признаков в практических задачах часто велик и запутан.

Частный коэффициент корреляции, так же, как и обычный, по своей структуре и идее происхождения достаточно прост. Но не смотря на кажущуюся простоту, его более детальное изучение открывает ряд возможностей не только в понимании природы закономерностей, но и позволяет осознать его ограниченные возможности (что также крайне важно для исследователя). Как отмечал математик Ж. А. Пуанкаре «Простота – единственная почва, на которой мы можем воздвигнуть здание наших обобщений... видимая простота на самом деле таит в себе чрезвычайную сложность»<sup>2)</sup>.

*Цель исследования:* выявить и описать математически ситуации (а также условия и ограничения), в которых применение частных коэффициентов корреляции целесообразно; привести примеры прикладных исследований, в которых расчет частных коэффициентов корреляции помог принять обоснованные выводы о причинно-следственных связях.

## Методы и материалы

Квадрат частного коэффициента корреляции для правильной интерпретации можно определить в общем виде через отношение сокращения остаточной вариации за счет дополнительного включения в линейную модель связи нового фактора ( $x_i$ ) к остаточной вариации до введения этого дополнительного фактора/факторов:

$$r^2_{zx_i/x_1 \dots x_{i-1}} = \frac{Q_{\text{ост.без } x_i} - Q_{\text{ост.с } x_i}}{Q_{\text{ост.без } x_i}} = 1 - \frac{Q_{\text{ост.с } x_i}}{Q_{\text{ост.без } x_i}} \cdot \underbrace{\frac{Q_{\text{общ}}}{Q_{\text{общ}}}}_{=1} = 1 - \frac{1 - R_{\text{с } x_i}^2}{1 - R_{\text{без } x_i}^2} = \frac{R_{\text{с } x_i}^2 - R_{\text{без } x_i}^2}{1 - R_{\text{без } x_i}^2}, \quad (1)$$

где:

$r^2_{zx_i/x_1 \dots x_{i-1}}$  – квадрат частной корреляции  $z$  с  $x_i$  при устранении влияния  $x_1, \dots, x_{i-1}$ ;

$Q_{\text{ост.с } x_i} / Q_{\text{ост.без } x_i}$  и  $R_{\text{с } x_i}^2 / R_{\text{без } x_i}^2$  – остаточные суммы квадратов и коэффициенты детерминации между значениями зависимости, включающей все переменные/кроме  $x_i$ , и наблюдаемыми значениями  $z$ ;

$Q_{\text{общ}}$  – сумма квадратов между наблюдаемыми значениями  $z$  и средним. Таким образом, чем больше доля сокращения остаточной вариации за счет введения интересующего фактора  $x_i$ , тем теснее между  $x_i$  и  $z$  связь.

Для трехмерной линейной формы связи  $z = z(x_1, x_2)$  формулу (1) для частного коэффициента корреляции (ЧКК) «чистой» взаимосвязи  $z$  с  $x_1$  при устранении влияния  $x_2$  можно представить в виде

<sup>2)</sup> Пуанкаре Ж. А. Теорема века. Мир с точки зрения математики, М., Родина, 2020, 448 с.

$$r_{zx_1/x_2} = \frac{r_{zx_1} - r_{x_1x_2} \cdot r_{zx_2}}{\sqrt{(1 - r_{zx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}}, \quad (2)$$

где через  $r_{..}$  обозначены коэффициенты корреляции Пирсона.

Значимость частного коэффициента корреляции проверяется как и для обычного коэффициента корреляции по критерию Стьюдента, но с  $(n - p)$  числом степеней свободы, где  $n$  – объем выборки,  $p$  – число параметров линейной формы связи  $z = z(x_1, \dots, x_n)$  (Кобзарь, 2012). Условия такой проверки предполагают, что выборки сделаны из нормального закона распределения («тонкие» моменты статистической проверки значимости более детально будут рассмотрены далее).

Помимо модельных примеров в работе использовались результаты исследований автора и данные открытого доступа с указанием соответствующих ссылок.

### **Результаты и обсуждение**

Как отмечалось ранее, ЧКК применяются для исключения влияния «мешающего» фактора и получения «очищенного» значения коэффициента корреляции. В работе американского политолога и статистика Раммела приведен следующий пример (Rummel, 1976). Оценивалась корреляция между неграмотностью и детской смертностью. Заранее можно было предположить, что отсутствие образования означает плохой уход за детьми, что приводит к более высокой смертности. Рассчитанный коэффициент корреляции для всех стран в 1955 г. составил значение 0.61. Получаем, что неграмотность и детская смертность имеют 37% ( $0.61^2 \approx 0.37$ ) общей дисперсии и, если не учитывать другие факторы, то можно прийти к выводу, что образование помогает предотвратить детскую смертность. Но почему же этот вывод не совсем верен? Оказалось, что эти две переменные не изолированы друг от друга, они связаны с экономическим развитием: многие жители наименее развитых стран питаются неправильно, получают недостаточное медицинское обслуживание и живут в ужасных условиях. Отсюда следует высокая детская смертность. Кроме того, из-за отсутствия или плохого качества системы образования многие люди неграмотны (Rummel, 1976).

Рассмотрим реперные вопросы, ответы на которые необходимы для понимания и правильного использования и интерпретации ЧКК в прикладных исследованиях.

### **Свойства и геометрическая интерпретация частного коэффициента корреляции**

Коэффициент частной корреляции имеет те же свойства, что и обычный коэффициент корреляции. В статье 1907 года Джордж Юл приводит основные

---

его свойства и некоторые специальные случаи взаимосвязей трех переменных  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ , которые могут приводить к нетривиальным результатам (Yule, 1907). Например, казалось бы, если случайная величина  $x_1$  положительно коррелирует с  $x_2$  ( $r_{12} > 0$ ), а  $x_2$  положительно коррелирует с  $x_3$  ( $r_{23} > 0$ ), то вполне естественно считать, что  $x_1$  положительно коррелирует с  $x_3$ , т.е.  $r_{13} > 0$ . Однако, положительный знак корреляции случайных величин  $x_1$  и  $x_3$  гарантирован, как отмечает Юл, лишь при ограничениях<sup>3)</sup>  $r_{12} > 0.707$ ,  $r_{23} > 0.707$ . Там же, Юл привел еще один интересный пример: вроде бы, «чистая» корреляция (частная) между  $x_1$  и  $x_2$  при нивелировании влияния  $x_3$  будет более информативна, нежели в случае обычной корреляции между  $x_1$  и  $x_2$ . Однако, это действительно так только в случае, когда числитель формулы (2) не равен нулю. Пусть  $r_{12} = 0.4$ ,  $r_{13} = 0.8$ ,  $r_{23} = 0.5$ , тогда, согласно формуле (2), получаем

$$r_{2/3} = \frac{r_{12} - r_{13} \cdot r_{23}}{(1 - r_{13}^2)(1 - r_{23}^2)} = \frac{0.4 - 0.8 \cdot 0.5}{0.6 \sqrt{0.75}} = 0$$

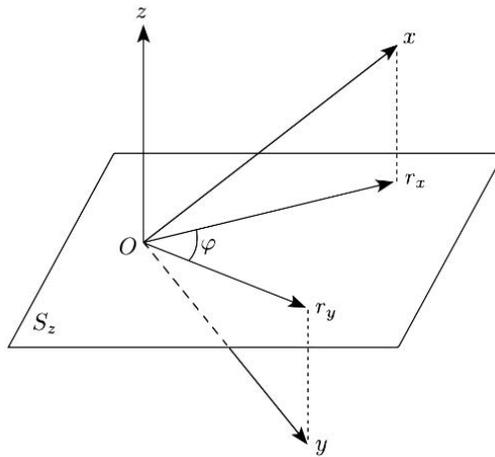
Таким образом, введение переменной  $x_3$  приводит к нулевому значению чистой корреляции между  $x_1$  и  $x_2$ , которая до введения составляла значение  $r_{12} = 0.4$ . В таком случае частная корреляция нам ничем не поможет для выявления истинной связи между  $x_1$  и  $x_2$ .

Эти специальные случаи перестают быть столь удивительными, если привести геометрическую интерпретацию ЧКК. Ранее в работах автора был рассмотрен геометрический смысл обычного коэффициента корреляции Пирсона, который задает косинус угла между векторами наблюдений после определенных преобразований (Максимова, 2025). Если же для трех переменных необходимо оценить «чистую» корреляцию между  $x$  и  $y$  при условии устранения воздействия переменной  $z$ , то частный коэффициент корреляции  $r_{xy/z}$  также будет задаваться через косинус угла  $\varphi$ , но между проекциями  $r_X$  и  $r_Y$  векторов  $x$  и  $y$  соответственно на плоскость  $S_z$ , перпендикулярную  $z$  (рис. 1). К примеру, на рис. 1 заметно, что угол между векторами наблюдений  $x$  и  $y$  тупой и, соответственно  $r_{xy} < 0$ , однако рост  $z$  влечет увеличение в среднем  $x$  и уменьшение  $y$ , и угол между их проекциями на плоскость  $S_z$  оказывается острым, из чего следует, что  $r_{xy/z} > 0$ . Становится ясно, что третий фактор  $z$  оказывает влияние не только на силу «чистой» связи между  $x$  и  $y$ , но и даже на знак.

Как только становится понятной логика геометрической интерпретации при устранении воздействия третьей переменной, то легко разобраться и в многомерном случае, когда устраняется действие нескольких переменных.

---

<sup>3)</sup>Примечание автора статьи: на самом деле, строгое решение неравенства, приведенное в работе Юла 1897 г. дает точную оценку  $r_{12} > 1/2$ ,  $r_{23} > 1/2$ , что как раз в приближенном варианте приводит к значению 0.707.



**Рисунок 1.** Геометрическая интерпретация частного коэффициента корреляции для случая трех переменных  $x$ ,  $y$  и  $z$

**Figure 1.** Geometric interpretation of the partial correlation coefficient for the case of three variables  $x$ ,  $y$  and  $z$

В обсуждавшемся выше примере из введения статистик Раммел при оценке корреляции между неграмотностью и детской смертностью получил значение 0.61 (Rummel, 1976). Однако, ЧКК при исключении влияния фактора ВВП<sup>4</sup>) на душу населения составил значение лишь 0.13, что значительно ниже исходной корреляции. И коэффициент детерминации, отражающий процент объясненной дисперсии между переменными, резко снизился с 37% до 2%. Таким образом, гипотеза о том, что экономическое развитие влияет на корреляцию между этими двумя переменными, безусловно, в этом примере имеет основание.

Однако нельзя забывать и всегда учитывать в исследовании, что частная корреляция наряду с обычной корреляцией не обязательно говорит о причинности существующей связи между переменными. Для выявления такой связи необходимо, в первую очередь, знать природу рассматриваемых процессов, т.е. иметь внестатистические обоснования (Pearson et al., 1990; Максимова, 2024).

### **Частный коэффициент корреляции и нормальность выборочных данных**

Условия проверки значимости коэффициента корреляции (обычного или частной корреляции) предполагают, что выборки сделаны из нормального закона распределения. Однако, устойчивость критерия Пирсона к нарушению нормальности распределения данных обсуждалась еще в начале XX века в переписке ряда ученых: Рональда Фишера, Ульяма Госсета, Карла и Эгона

<sup>4</sup>) ВВП – валовый национальный продукт

Пирсонов (Pearson et al., 1990). Надо отметить, что к единому мнению ученым прийти не удалось, но это не означает, что один из них все-таки прав, а остальные ошибались, так как в статистике зачастую точного общего ответа на вопрос дать невозможно и необходимо знать последствия принятого того или иного решения. В той исторической переписке Уильям Госсет отмечает, что, проведя множество натуральных экспериментов с малыми выборками на пивоварне Guinness<sup>5),6)</sup> в Дублине, в экспериментальной лаборатории которой он проработал 1899 по 1937 гг., он пришел к выводу о возможности применять критерий Пирсона для распределений, относящихся к типу «улучшенной шляпы»<sup>7)</sup> (Pearson et al., 1990). Лишь в XXI-м веке вышла статья коллектива ученых, которые проанализировали влияние ненормальности данных на устойчивость критерия Стьюдента, в которой показано, что для симметричных законов, отличающихся от нормального (более островершинных и плосковершинных), значимого изменения предельных распределений статистик не происходит (Лемешко, Помадин, 2002). В работе авторов из Санкт-Петербурга показано, что при проверке значимости ЧКК общеупотребительный классический критерий Пирсона является асимптотически точным для выборок из гауссовских распределений, а также построен более точный критерий при нарушении нормальности, однако, этот критерий может быть использован на практике только при достаточно больших объемах выборок, что может ограничивать его применение в некоторых прикладных исследованиях (Лунев, Некруткин, 2019). Указанные дополнения существенно расширяют сферу корректного применения методов корреляционного анализа в прикладных исследованиях.

### **Отбор факторов в линейную регрессионную модель с помощью частных коэффициентов корреляции**

Процесс включения какого-либо набора факторов (предикторов, переменных) в разрабатываемую модель линейной множественной регрессии диктуется, в первую очередь, мнением исследователя-специалиста относительно природы взаимосвязи анализируемого показателя с остальными явлениями.

На стадии формирования модели часто используется процедура отсева факторов, для которой используют ЧКК. Зачем такой отсев нужен и нельзя ли строить модель со всеми имеющимися переменными? Имеется две причины в пользу процедуры отсева факторов. Во-первых, большое число включенных переменных существенно усложняет модель и ее интерпретацию, и при этом

---

<sup>5)</sup> <https://www.guinness.com> (дата обращения 09.06.2025)

<sup>6)</sup> <https://priceconomics.com/the-guinness-brewer-who-revolutionized-statistics/> (дата обращения 09.06.2025)

<sup>7)</sup> Комментарий автора статьи: в переписке между У. Госсетом и К. Пирсоном, представленной в (Pearson et al., 1990), не приведено определение распределения типа «улучшенной шляпы», и указано лишь то, что это означает «распределение примерно нормально».

---

нет уверенности, что построенная модель будет обладать хорошими прогнозными свойствами. Во-вторых, иногда факторы обнаруживают взаимную тесную связь и отбор факторов с помощью качественного анализа затруднен, так как в этом случае парные коэффициенты корреляции Пирсона между зависимой переменной и факторами могут некорректно отражать взаимосвязь (Yule, 1895). Если все-таки включить в модель коллинеарные факторы, то какие последствия можно при этом ожидать?

– Во-первых, затрудняется интерпретация параметров множественной регрессии как характеристик действия факторов в «чистом» виде, так как факторы дублируют друг друга по воздействию на зависимую переменную, и коэффициенты линейной регрессии теряют смысл.

– Вторая причина состоит в том, что оценки параметров регрессии ненадежны в том смысле, что обнаруживают большие стандартные ошибки и меняются с изменением объема наблюдений (не только по величине, но могут меняться и по знаку), что делает модель непригодной для анализа и прогнозирования.

Таким образом, в условиях наличия коллинеарных факторов возникает необходимость выбора среди них наиболее тесно связанных (в математическом смысле) с зависимой переменной. Рассмотрим примеры отбора факторов в линейную регрессионную модель с применением частных коэффициентов корреляции.

*Пример 1* (модельный). Исследуется возможность построения линейной регрессионной модели зависимости  $z$  от переменных  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ . В результате получена корреляционная таблица 1. Наибольшую связь с переменной  $z$  имеют переменные  $x_1$  и  $x_2$ , однако межфакторная корреляция между ними высокая ( $r_{x_1x_2} \geq 0.7$ ), из чего  $x_1$  и  $x_2$  можно признать коллинеарными. Такие факторы дублируют эффекты воздействия на переменную  $z$  и, значит, их нежелательно одновременно включать в модель. За счет коллинеарности факторов, как описано выше, искажаются их корреляционные связи с  $z$ .

**Таблица 1.** Таблица парных корреляций Пирсона для примера 1  
**Table 1.** Pearson Pairwise Correlation Table for Example 1

	$z$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$z$	1			
$x_1$	0.8	1		
$x_2$	0.7	0.8	1	
$x_3$	0.6	0.5	0.2	1

Рассчитаем частные коэффициенты корреляции их связи с  $z$  по формуле (2):

$$r_{zx_2/x_1} = \frac{r_{zx_2} - r_{x_1x_2} \cdot r_{zx_1}}{\sqrt{(1 - r_{zx_1}^2)(1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0.7 - 0.8 \cdot 0.8}{\sqrt{(1 - 0.49)(1 - 0.64)}} \approx 0.17,$$

$$r_{zx_1/x_2} = \frac{r_{zx_1} - r_{x_1x_2} \cdot r_{zx_2}}{\sqrt{(1 - r_{zx_2}^2)(1 - r_{x_1x_2}^2)}} = \frac{0.8 - 0.8 \cdot 0.7}{\sqrt{(1 - 0.49)(1 - 0.64)}} \approx 0.56.$$

Частная корреляция  $z$  с  $x_2$  при исключении влияния  $x_1$  равна  $r_{zx_2/x_1} \geq 0.17$ , а значит «чистая» связь  $x_2$  с зависимой переменной  $z$  слабая. Частная корреляция  $z$  с  $x_2$  существенно меньше обычного коэффициента корреляции  $r_{zx_2} = 0.70$ , что происходит из-за смещения эффектов воздействия коллинеарного с  $x_2$  фактора  $x_1$  (табл. 1). Частная корреляция  $z$  с  $x_1$  составляет значение  $r_{zx_1/x_2} = 0.56$  и достаточно близка к значению обычного коэффициента корреляции  $r_{zx_1} = 0.80$  (табл. 1). Поэтому из двух коллинеарных факторов целесообразно в модели оставить  $x_1$ .

Интересно отметить, что иногда отдается предпочтение включению среди коллинеарных факторов не тому, для которого ЧКК с зависимой переменной наибольший, а тому, которая более оправдан с прикладной точки зрения. Это связано с тем, что выборочный коэффициент корреляции неразрывно связан с выборкой и обладает случайностью, которая именно в условиях исследуемой выборки может оказать влияние в выстраивании предпочтений включения того или иного фактора среди коллинеарных. Таким образом, отбор факторов-регрессоров – это процесс, требующий индивидуального подхода.

Самая сложная ситуация проявляется в прикладных исследованиях тогда, когда есть необходимость включения коллинеарных факторов, и тогда требуются более «тонкие» подходы. К решению такой задачи можно подойти, по крайней мере, двумя способами:

1) с применением факторного анализа, который позволяет сделать свертку коллинеарных предикторов в факторы для дальнейшего построения модели. Снижение числа предикторов и выявление значимых факторов с помощью факторного анализа может существенно улучшить точность регрессионной модели: эти факторы будут усиливать различия между переменными, которые относятся к одному фактору, и теми, которые к нему не относятся (Дрейпер, Смит, 1987). Однако, факторный анализ не «бесплатен», он сложен с математической точки зрения и требует разностороннего и тщательного подхода к применению и интерпретации (Rummel, 1967);

2) с применением специального метода «ридж-регрессия»<sup>8)</sup> (гребневая регрессия), которая отличается устойчивостью для случаев сильной взаимной коррелированности переменных; в методе гребневой регрессии получаемые оценки коэффициентов модели смещены, но при этом имеют меньшую дисперсию, и потому могут давать более точные и приемлемые для практического использования модели результаты (Дрейпер, Смит, 1987). Однако, на практике гребневая регрессия редко применяется в качестве процедуры выбора наилучшей модели – она очень сложна и редко оправдана.

---

<sup>8)</sup> предложена Херлом в 1962 г.

Описание этих подходов выходит за пределы поставленных задач настоящего исследования. С реализацией первого подхода можно ознакомиться на примере построения модели синдрома профессионального выгорания у работников творческого коллектива (Апалькова, 2021). Для построения модели использовалась свертка признаков в качественно интерпретируемые факторы: первый фактор отражал признаки стресса, усталости и тревожности, а второй объединил в себе признаки перфекционизма. Со вторым подходом можно ознакомиться на примере построения зависимости между валовым региональным продуктом и факторами, совместно обеспечивающими этот показатель: объем экспорта, объем инвестиций и фактор качества (число систем менеджмента качества и число обучающихся в сфере СМК) (Антонова и др., 2014).

*Пример 2* (на натуральных данных). В работе (Горячева и др., 2025) проанализирована цена ski-pass<sup>9)</sup> одного дня на взрослого человека среди 499 горнолыжных курортов разных стран в 2022 г. Среди множества рассматриваемых предикторов от длины трасс разной сложности до ВВП региона, который не только отражает экономическую активность, но и влияет на ценообразование через динамику спроса, предложение и инфляционные процессы (всего выделено 15 переменных), были выделены наиболее значимо влияющие на цену ski-pass неколлинеарные факторы: ВВП региона (евро), число трасс и наивысшая точка курорта (м). На основании этих факторов была построена линейная регрессионная модель оценки цены ski-pass посещения курортов, которая обладает высокой объясняющей способностью (коэффициент детерминации  $R^2 = 0.69$ , проверены условия теоремы Гаусса-Маркова), и которая может быть использована для оптимизации стратегий развития в данной сфере.

### **Выявление значимых факторов при помощи частных коэффициентов корреляции**

Как отмечалось выше, ЧКК можно использовать для отсева факторов на стадии формирования линейной регрессионной модели. Но также их можно использовать самостоятельно для выявления наиболее значимых для исследуемого признака факторов, так как не всегда в исследовании ставится задача построения регрессии. Это связано с тем, что ЧКК наряду с КК характеризует синхронность изучаемых показателей, но их использование в построении модели возможно только в условиях, когда она линейна (Максимова, 2024). Однако, такая форма связи в натуральных данных встречается достаточно редко. Приведем два примера применения ЧКК с целью выявления значимых факторов в разных прикладных областях исследования.

*Пример 1.* В работе (Шерстнева и др., 2024) проведена оценка влияния климатических и гидрологических факторов на параметры состояния крон сосны обыкновенной (*Pinus sylvestris* L.) на территории Центрально-Лесного

---

<sup>9)</sup> Ski-pass – это абонемент на подъемники на горнолыжных курортах

государственного природного биосферного заповедника (56°26' в.д., 56°31' с.ш). Оценивалась связь дефолиации<sup>10)</sup> и депигментации<sup>11)</sup> сосны с температурой воздуха, осадками и уровнем вод болота Старосельский мох<sup>12)</sup>, на окраине которого произрастает сосна. Большинство полученных корреляций получились некорректными с точки зрения биологических выводов. Оказалось, что между уровнем воды в гидрографической сети (включая болото) и количеством осадков имеется значимая положительная связь  $r = 0.66$ , которая не позволяет дать чистую оценку каждого из этих факторов на показатели состояния кроны сосны. Осадки, накапливаясь в водоемах и водотоках, оказывают определяющее влияние на гидрологический режим территории в вегетационном сезоне. Для выявления самостоятельной связи дефолиации и депигментации сосны с климатическими и гидрологическими факторами авторы прибегли к расчету ЧКК. Наиболее интересным оказался случай корреляции значений депигментации сосны с суммарными осадками вегетационного сезона: ЧКК имеет противоположный знак, нежели соответствующий КК:  $r = 0.16$  (не значим на уровне 10%),  $r_{\text{частный}} = -0.40$  (значим на уровне 10%) (табл. 2). Геометрическая интерпретация для этого случая продемонстрирована на рис. 2: для  $r = 0.16$  угол между рассматриваемыми векторами (депигментация сосны и суммарные осадки) острый и составляет 81°, а угол между проекциями этих векторов для  $r_{\text{частный}} = -0.40$  уже тупой и соответствует 114°.

**Таблица 2.** Коэффициенты корреляции (КК) и частные коэффициенты корреляции (ЧКК), характеризующие связи средних по пробным площадям значений дефолиации и депигментации сосны и суммой годовых осадков

**Table 2.** Correlation coefficients (CC) and partial correlation coefficients (PCC), characterizing relationships between average values of stands defoliation and depigmentation and the sum of annual precipitation

Параметр состояния кроны	Сумма осадков	
	КК	ЧКК
Дефолиация сосны	-0.06	-0.11
Депигментация сосны	0.16	-0.40

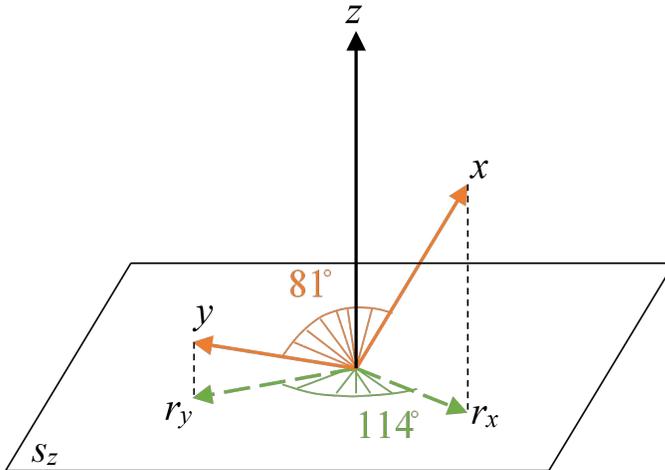
Таким образом, ЧКК позволил подтвердить, что увеличение количества осадков текущего вегетационного сезона в среднем ведет к снижению депигментации сосны (Шерстнева и др., 2024). Так как наряду с осадками и уровнем вод в работе рассматривалась и температура воздуха, то проведенный комплексный анализ с применением ЧКК позволил обосновать, что лимитирующим фактором для развития фотосинтезирующего аппарата хвойных

<sup>10)</sup> Дефолиация – явление опадания листьев/хвои при воздействии неблагоприятных факторов окружающей среды

<sup>11)</sup> Депигментация – изменение окраски листьев/хвои при воздействии неблагоприятных факторов окружающей среды

<sup>12)</sup> Старосельский мох – верховое болото в Нелидовском районе Тверской области

поряд является не температура воздуха (теплом они в достаточной степени обеспечены на изучаемой территории), а количество осадков.



**Рисунок 2.** Геометрическая интерпретация частного коэффициента корреляции для табл. 2 между  $x$  и  $y$  при устранении влияния  $z$  ( $x$  – сумма осадков,  $y$  – депигментация,  $z$  – уровень воды в болоте)

**Figure 2.** Geometric interpretation of the partial correlation coefficient for table 2 between  $x$  and  $y$  when eliminating the influence of  $z$  ( $x$  is the amount of precipitation,  $y$  is depigmentation,  $z$  is the water level in the marsh)

*Пример 2.* В работе (Алаев, Осетров, 2010) выявлялись факторы подготовленности спортсменов, которые влияют на эффективность соревнований в учебно-тренировочном процессе при плавании в ластах. Рассматривалось преодоление дистанции 400 м с участием 96 спортсменов различного ранга: от Чемпионата области до Чемпионата России. Дистанция 400 м является самой длинной и считается одной из самых сложных, так как требует от спортсмена скоростной выносливости и спринтерских качеств: высокие энергетические запасы при старте на высокой скорости должны быть сопряжены с возможностями удержать начальную скорость на этом же уровне на остальных участках. У каждого спортсмена замерялось время прохождения каждой из четырех стометровок и находились корреляции с временем прохождения всей дистанции (табл. 3, второй столбец). Это делалось для того, чтобы выявить наиболее высокие взаимосвязи между временем прохождения дистанции и временем на каждой стометровке с целью разработки коррекции учебно-тренировочного процесса. Вполне оправданно ожидать, что при прохождении дистанции на разных ее участках между показателями одного спортсмена будут тесные взаимосвязи, что приведет к коллинеарности как между временем на разных участках, так и с временем на всей дистанции. Прибегнув к ЧКК, авторы выявили, что достаточно высокая степень влияния результатов на итоговое время проплывания дистанции имеется с результатами, в первую очередь, на 3-м ее отрезке (см. предпоследнюю

строку табл. 3, которая отражает ЧКК связи времени на 3-й стометровке с итоговым временем при фиксировании результатов на остальных стометровках). Этот вывод оказался важен для разработки стратегии: нужно распределить силы спортсмена так, чтобы не потерять время на стартовом участке и при этом обеспечить высокую скорость на третьей стометровке дистанции. Однако, чтобы продолжить анализ влияния результатов на остальных стометровках на общее время заплыва, авторы продолжили анализ (Алаев, Осетров, 2010). При комплексном подходе с использованием ЧКК выявлено, что для достижения наилучших результатов в зависимости от квалификации<sup>13)</sup> при плавании в ластах на дистанции 400 м:

– спортсмен высокой квалификации должен проходить стометровки дистанции максимально ровно (по времени), что возможно обеспечить за счет его хорошей физической подготовки,

– спортсмен низкой квалификации должен начинать достаточно быстро, двигаясь далее с оптимальной для себя скоростью.

**Таблица 3<sup>14)</sup>**. Коэффициенты корреляции (КК) и частные коэффициенты корреляции (ЧКК), характеризующие связи между временем проплывания каждой стометровки с результатами по всей дистанции в 400 м

**Table 3.** Correlation coefficients (CC) and partial correlation coefficients (PCC), characterizing relationships between the swimming time of each 100 m with the results for the entire 400 m distance

Номер стометровки	КК	ЧКК			
		Зафиксированный фактор (номер стометровки)			
		1	2	3	4
1	0.947	–	0.56	0.72	0.85
2	0.988	0.92	–	0.70	0.88
3	0.992	0.96	0.80	–	0.83
4	0.979	0.94	0.79	0.48	–

### Выводы и заключение

Приведенный в настоящем исследовании исторический контекст зарождения понятия частного коэффициента корреляции свидетельствует о том, что при обнаружении значимой связи между исследуемыми признаками всегда нужно задумываться о существовании скрытого фактора, который в действительности может обуславливать полученную связь. В работе приведены примеры, в которых из-за влияния неучтенных факторов может иска-

<sup>13)</sup> Квалификация спортсмена определялась авторами экспериментально: для спортсмена высокой квалификации разница между временем прохождения первой и второй половинами дистанции 400 м не должна превышать 6 с; в противном случае, спортсмен имеет низкую квалификацию (Алаев, Осетров, 2010)

<sup>14)</sup> Таблица составлена на основе результатов, представленных в работе (Алаев, Осетров, 2010)

жаться истинная связь между рассматриваемыми переменными. Для обнаружения таких связей предназначен частный коэффициент корреляции, благодаря которому могут быть приняты обоснованные выводы о наличии или отсутствии причинно-следственных связей.

В работе разобраны ситуации, приводящие к целесообразности расчета частных коэффициентов корреляции: выявление значимых факторов и отбор предикторов в линейную регрессионную модель. Рассмотрены возможные способы выхода на построение регрессионных моделей в условиях наличия коллинеарности среди предикторов. На модельных и натуральных данных продемонстрирована реализация описанных ситуаций. Отдельное внимание в работе уделено графическому представлению частных коэффициентов корреляции. Представлены примеры, основанные на натуральных данных, когда частный коэффициент корреляции меняет знак по отношению к обычному и ведет к изменению первоначальных выводов, полученных при помощи обычной корреляции; для случая трех переменных приведены ограничения, обеспечивающие сохранения знака. Описаны возможные выходы на проверку значимости частного коэффициента корреляции в условиях негауссовых выборок.

Полученные в работе выводы в работе и описанные подходы расширяют сферу корректного применения методов корреляционного анализа в прикладных исследованиях, в частности, при осуществлении экологического мониторинга и исследований.

### **Благодарности**

*Работа выполнена в рамках темы 4.4. «Развитие методов и технологий мониторинга и оценки загрязнения природной среды вследствие трансграничного атмосферного переноса загрязняющих веществ и кислотных выпадений (ЕЭК ООН: ЕМЕП, МСП КМ; ЕАНЕТ)» Плана НИТР Росгидромета, регистрационный номер 125031703847-1.*

### **Список литературы**

Алаев, С.В., Осетров, И.А. (2010) Частные корреляции при анализе плавания в ластах, *Ярославский педагогический вестник*, № 4, т. II (Психолого-педагогические науки), с. 117-122.

Антонова, И.И., Аронов, И.З., Белобрагин, В.Я., Максимова, О.В. (2014) Новое в оценке эффективности территориальных систем управления качеством, *Компетентность*, № 7(118), с. 26-31.

Апалькова, Т.Г. (2021) К вопросу выбора структуры многофакторной регрессионной модели на примере анализа факторов выгорания творческих работников, *Компьютерные исследования и моделирование*, т. 13, № 1, с. 265-274, doi 10.20537/2076-7633-2021-13-1-265-274.

Бернштейн, С.Н. (1932) Об одном элементарном свойстве коэффициента корреляции, *Зап. Харьк. матем. тов.*, т. 5, с. 65-66.

---

Горлов, А.И., Ивина, Е.А., Мокеев, И.А. (2009) Определение генетических корреляций селекционных признаков через частные корреляции, *Сельскохозяйственный журнал*, № 2 (2-2), с. 25-29.

Горячева, Е.М., Князева, С.А., Пластинина, Е.Д., Николина, В.М., Максимова, О.В. (2025) Корреляционно-регрессионный анализ в исследовании факторов, влияющих на стоимость посещения горнолыжных курортов, *Актуальные проблемы современной науки, техники и образования: Тезисы докладов 83-й международной научно-технической конференции*, Магнитогорск, 21-25 апреля 2025 года. Магнитогорск: Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова с. 290.

Дрейпер, Н., Смит, Г. (1987) *Прикладной регрессионный анализ*. Книга 2, М., Финансы и статистика, 349 с.

Кобзарь, А.И. (2012) *Прикладная математическая статистика*, М., ФИЗМАТЛИТ, 816 с.

Лемешко, Б.Ю., Помадин, С.С. (2002) Корреляционный анализ наблюдений многомерных случайных величин при нарушении предположений о нормальности, *Сибирский журнал индустриальной математики*, т. 5, № 3(11), с.115-130.

Лунев, И.С., Некруткин, В.В. (2019) Замечание о некоторых классических критериях математической статистики, *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*, т. 6 (64), вып. 2, с. 221-231, doi: 10.21638/11701/spbu01.2019.204.

Максимова, О.В. (2024) Об ошибках обращения с коэффициентом корреляции Пирсона, *Экологический мониторинг и моделирование экосистем*, т. XXXV, № 3-4, с. 88-102, doi: 10.24412/2782-3237-2024-3-4-88-102.

Максимова, О.В. (2025) Осторожно с корреляцией! *Математика в школе*, № 1, с. 57-66, doi: 10.47639/0130-9358\_2025\_1\_57.

Сидорчукова, Е.В., Бойко, И.П., Сергеева, В.А., Шелакова, А.А. (2022) Корреляционный и регрессионный анализ как метод изучения и прогнозирования экономических показателей, *Естественно-гуманитарные исследования*, № 4 (42), с. 418-423.

Сметанина, Е.А., Лукьяненко, Н.В., Лысов, В.А., Сметанин, А.Г., Леонов, С.Л. (2012) Возможности статистических методов для прогнозирования показателей смертности от туберкулеза и заболеваемости туберкулезом, *Сибирское медицинское обозрение*, № 75(3), с. 87-91.

Шерстнева, Е.А., Максимова, О.В., Кухта, А.Е., Тихонова, И.О. (2024) Воздействие климатических факторов на состояние модельных древостоев Центрально-лесного государственного природного биосферного заповедника, *Экологический мониторинг и моделирование экосистем*, т. XXXV, № 3-4, с. 38-55, doi: 10.24412/2782-3237-2024-3-4-38-55.

---

Fisher, R.A. (1924) The distribution of the partial correlation coefficient. *Metron*, no. 3(3-4), pp. 329-332.

Pearson, E.S., Plackett, R.L., Barnard, G.A. (1990) *Student: A Statistical Biography of William Sealy Gosset*, New York, Clarendon Press, 150 p.

Rummel, R.J. (1976). *Understanding Correlation*, Honolulu, Hawaii: Department of Political Science, University of Hawai'i.

Rummel, R.J. (1967). Understanding factor analysis, *Journal of Conflict Resolution*, no. 11(4), pp. 444-480, doi:10.1177/002200276701100405.

Spearman, C. (1907) Demonstration of formula for true measurement of correlation, *The American Journal of Psychology*, vol. 18, iss. 2, pp. 161-169.

Yule, G.U. (1895) On the Correlation of Total Pauperism with Proportion of Out-relief, *The Economic Journal*, vol. 5, no. 20, pp. 603-611, <https://doi.org/10.2307/2956650>.

Yule, G.U. (1897) On the significance of Bravais Formulas for Regression, & c., in the case of Skew Correlation, *Proceedings Of The Royal Society Of London*, vol. LX, pp. 477-489.

Yule, G.U. (1907) On the Theory of Correlation for any Number of Variables, Treated by a New System of Notation, *Royal Society of London*, vol. 79, pp. 182-193, doi: 10.1098/rspa.1907.0028.

## Reference

Alayev, S.V., Osetrov, I.A. (2010) Chastnyye korrelyatsii pri analize plavaniya v lastakh [Partial correlations in the analysis of swimming with fins], *Yaroslavskiy pedagogicheskiy vestnik*, 4(2), pp. 117-122.

Antonova, I.I., Aronov, I.Z., Belobragin, V.YA., Maksimova, O.V. (2014) Novoye v otsenke effektivnosti territorial'nykh sistem upravleniya kachestvom [New in assessing the effectiveness of territorial quality management systems], *Kompetentnost'*, 7(118), pp. 26-31.

Apal'kova, T.G. (2021) K voprosu vybora struktury mnogofaktornoy regressionnoy modeli na primere analiza faktorov vygoraniya tvorcheskikh rabotnikov [On the issue of choosing the structure of a multivariate regression model using the example of analyzing burnout factors in creative workers], *Computer Research and Modeling*, 13(1), pp. 265-274, doi 10.20537/2076-7633-2021-13-1-265-274

Bernshteyn, S.N. (1932) Ob odnom elementarnom svoystve koeffitsiyenta korrelyatsii [On an elementary property of the correlation coefficient], *Zap. Khar'k. matem. tov.*, 5, pp. 65-66.

Gorlov, A.I., Ivina, Ye.A., Mokeyev, I.A. (2009) Opredeleniye geneticheskikh korrelyatsiy selektsion-nykh priznakov cherez chastnyye

korrelyatsii [Determination of genetic correlations of selection traits through partial correlations], *Sel'skokhozyaystvennyy zhurnal*, 2 (2-2), pp. 25-29.

Goryacheva, Ye.M., Knyazeva, S.A., Plastinina, Ye.D., Nikolina, V.M., Maksimova, O.V. (2025) Korre-lyatsionno-regressionnyy analiz v issledovanii faktorov, vliyayushchikh na stoimost' poseshcheniya gornolyzhnykh kurortov, *Aktual'nyye problemy sovremennoy nauki, tekhniki i obrazovaniya: Tezisy dokladov 83-y mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii, Magnitogorsk, 21-25 aprelya 2025 goda*. Magnitogorsk: Magnitogorskiy gosudarstvennyy tekhnicheskii universitet im. G.I. Nosova, p. 290.

Dreyper, N., Smit, G. (1987) *Prikladnoy regressionnyy analiz. Kniga 2 [Applied regression analysis. Book 2]*. *Finansy i statistika*, Moscow, Russia, 349 p.

Kobzar', A.I. (2012) *Prikladnaya matematicheskaya statistika. Dlya inzhenerov I nauchnykh rabotnikov [Applied mathematical statistics. For engineers and scientists]*, Fizmatlit, Moscow, Russia, 816 p.

Lemeshko, B.YU., Pomadin, S.S. (2002) Korrelyatsionnyy analiz nablyudeniy mnogomernykh sluchaynykh velichin pri narushenii predpolozheniy o normal'nosti [Correlation Analysis of Observations of Multivariate Random Variables under Violation of Normality Assumptions], *Sibirskiy zhurnal industrial'noy matematiki*, 5(3(11)), pp.115-130.

Lunev, I.S., Nekrutkin, V.V. (2019) Zamechaniye o nekotorykh klassicheskikh kriteriyakh matematicheskoy statistiki [A Note on Some Classical Criteria of Mathematical Statistics], *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Astronomiya*, 6(64), vyp. 2, pp. 221-231, doi: 10.21638/11701/spbu01.2019.204.

Maksimova, O.V. (2024) Ob oshibkakh obrashcheniya s koeffitsiyentom korrelyatsii Pirsona [On the errors of handling the Pearson correlation coefficient], *Ekologicheskyy monitoring i modelirovaniye ekosistem*, t. XXXV, № 3-4, pp. 88-102, doi: 10.24412/2782-3237-2024-3-4-88-102.

Maksimova, O.V. Ostorozhno s korrelyatsiyey! [Be careful with correlation!] *Matematika v shkole*, no. 1, pp. 57-66, doi:10.47639/0130-9358\_2025\_1\_57.

Sidorchukova, Ye.V., Boyko, I.P., Sergeyeva, V.A., Shelakova, A.A. (2022) Korrelyatsionnyy i regres-sionnyy analiz kak metod izucheniya i prognozirovaniya ekonomicheskikh pokazateley [Correlation and regression analysis as a method for studying and forecasting economic indicators], *Yestestvenno-gumanitarnyye issledovaniya*, 4(42), pp. 418-423.

Smetanina, Ye.A., Luk'yanenko, N.V., Lysov, V.A., Smetanin, A.G., Leonov, S.L. (2012) Vozmozhnosti statisticheskikh metodov dlya prognozirovaniya pokazateley smertnosti ot tuberkuleza i zabolevaye-mosti tuberkulezom [Possibilities of statistical methods for forecasting tuberculosis mortality and incidence rates], *Sibirskoye meditsinskoye obozreniye*, 75(3), pp. 87-91.

---

Sherstneva, Ye.A., Maksimova, O.V., Kukhta, A.Ye., Tikhonova, I.O. (2024) Vozdeystviye klimaticheskikh faktorov na sostoyaniye model'nykh drevostoyev Tsentral'no-lesnogo gosudarstvennogo prirodnogo biosfernogo zapovednika [The Impact of Climatic Factors on the State of Model Forest Stands of the Central Forest State Nature Biosphere Reserve], *Ekologicheskii monitoring i modelirovaniye ekosistem*, v. XXXV, no. 3-4, pp. 38-55, doi: 10.24412/2782-3237-2024-3-4-38-55.

Fisher, R.A. (1924) The distribution of the partial correlation coefficient, *Metron*, no. 3(3-4), pp. 329-332.

Pearson, E.S., Plackett, R.L., Barnard, G.A. (1990) *Student: A Statistical Biography of William Sealy Gosset*, New York, Clarendon Press, 150 p.

Rummel, R.J. (1976). *Understanding Correlation*. Honolulu, Hawaii: Department of Political Science, University of Hawai'i.

Rummel, R.J. (1967) Understanding factor analysis, *Journal of Conflict Resolution*, no. 11(4), pp. 444-480, doi:10.1177/002200276701100405.

Spearman, C. (1907) Demonstration of formula for true measurement of correlation, *The American Journal of Psychology*, vol. 18, iss. 2, pp. 161-169.

Yule, G.U. (1895) On the Correlation of Total Pauperism with Proportion of Out-relief, *The Economic Journal*, vol. 5, no. 20, pp. 603-611, <https://doi.org/10.2307/2956650>.

Yule, G.U. (1897) On the significance of Bravais Formulas for Regression, & c., in the case of Skew Correlation, *Proceedings Of The Royal Society Of London*, vol. LX, pp. 477-489.

Yule, G.U. (1907) On the Theory of Correlation for any Number of Variables, Treated by a New System of Notation, *Royal Society of London*, vol. 79, pp. 182-193, doi: 10.1098/rspa.1907.0028.

*Статья поступила в редакцию (Received): 11.08.2025.*

*Статья доработана после рецензирования (Revised): 10.09.2025.*

### **Для цитирования / For citation:**

Максимова, О.В. (2025) Роль частного коэффициента корреляции в статистических выводах, *Экологический мониторинг и моделирование экосистем*, т. XXXVI, № 3-4, с. 133-151, doi:10.24412/2782-3237-2025-3-4-133-151.

Maksimova, O.V. (2025) The role of the partial correlation coefficient in statistical inference, *Ecological monitoring and modeling of ecosystems*, v. XXXVI, no. 3-4, pp. 133-151, doi:10.24412/2782-3237-2025-3-4-133-151.